EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….083**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Ştiinţe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- ♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluţii complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3), B(-1,4)$ şi $C(3,0)$.

(4p) **a)** Să se calculeze partea reală a numărului complex $(-2+3i)(-1+4i)$.

(4p) **b)** Să se calculeze aria triunghiului ABC.

(4p) **c)** Să se calculeze distanţa dintre punctele A şi B.

(4p) **d)** Să se afle coordonatele centrului de greutate G al triunghiului ABC.

(2p) **e)** Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ dacă dreapta de ecuaţie $ax + by + 5 = 0$ conţine punctele A şi B.

(2p) **f)** Să se calculeze $\sin\left(A\hat{B}C\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine numerele reale x pentru care $2007^{2x^2-1} = 2007^7$.

(3p) **b)** Să se determine probabilitatea ca un element x din mulţimea $A = \{1,2,3,4\}$ să fie soluţie a ecuaţiei $\log_2(1+x) = 2$.

(3p) **c)** Să se arate că $\dfrac{1}{x(x+3)} = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+3}\right), \forall x \in (0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se arate că $\dfrac{1}{1\cdot 4} + \dfrac{1}{4\cdot 7} + \ldots + \dfrac{1}{2004\cdot 2007} = \dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{1}{2007}\right)$.

(3p) **e)** Să se determine primul termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ dacă $\begin{cases} b_2 - b_1 = 4 \\ b_3 - b_1 = 16 \end{cases}$.

2. Se consideră funcţiile $f : \mathbf{R} \to (0,\infty)$, $f(x) = 2007^x$ şi $g : (0,\infty) \to \mathbf{R}$, $g(x) = \log_{2007} x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $(f \circ g)(x)$, $x \in (0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se arate că funcţia f este convexă pe $[0,\infty)$.

(3p) **e)** Să se determine soluţiile ecuaţiei $(f \circ g)(x) = 4x^3$, $x > 0$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze A^2.

(4p) **b)** Să se arate că $\det A = \det B$.

(4p) **c)** Să se calculeze $A \cdot B - B \cdot A$.

(2p) **d)** Să se arate că matricea A este inversabilă și să se calculeze inversa acesteia.

(2p) **e)** Să se determine matricea $X \in M_2(\mathbf{C})$ pentru care $A \cdot X = B$.

(2p) **f)** Să se determine rangul matricei $Y = B + B^2 + \ldots B^{2007}$.

(2p) **g)** Să se determine toate matricele $X \in M_2(\mathbf{C})$ pentru care $X \cdot A = B \cdot X$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{1,3\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{2x-4}{x^2-4x+3}$ și se definesc șirurile $(a_n)_{n\geq 4}$

prin $a_n = f(4) + f(5) + \ldots + f(n)$ și $(b_n)_{n\geq 4}$ prin $b_n = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{5} + \ldots + \dfrac{1}{n}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f(x) - \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x-3}$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{1,3\}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{1,3\}$.

(2p) **d)** Să se arate că f este strict descrescătoare pe intervalul $(3,\infty)$.

(2p) **e)** Să se determine ecuațiile asimptotelor verticale la graficul funcției f .

(2p) **f)** Să se calculeze $\displaystyle\int_{2007}^{2008} f(x)\,dx$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n - 2b_n)$.